

О НЕКОТОРЫХ АСПЕКТАХ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКЕ ПАРОГАЗОКАПЕЛЬНЫХ СРЕД

Губайдуллин Д.А.

Институт механики и машиностроения КНЦ РАН, г. Казань

Значительный интерес исследователей к проблемам и задачам механики многофазных сред обусловлен широким распространением таких систем в природе и их интенсивным использованием в современной технике. При этом наиболее распространенными процессами в многофазных средах являются волновые процессы, носящие нестационарный характер и составляющие предмет изучения волновой динамики и акустики многофазных систем. Примерами многофазных или гетерогенных систем могут служить различные смеси газа с каплями или частицами, жидкости с пузырьками газа, насыщенные газом или жидкостью пористые среды и т.д. Из многообразия гетерогенных сред могут быть выделены дисперсные смеси, имеющие сравнительно регулярный характер и представляющие смесь двух фаз, одной из которых являются различные включения (частицы, капли или пузырьки).

Исследование нестационарных волновых процессов в дисперсных смесях газа с каплями обычно осложняется необходимостью учета полидисперсного состава (неодинаковости размеров включений) взвеси, поскольку реальные газокapельные системы являются существенно полидисперсными. Знание характерных параметров (характерных времен межфазного взаимодействия, длин выравнивания параметров фаз и т. д.) полидисперсных аэрозолей и закономерностей распространения в них волн позволяет предсказывать их поведение в различных практически важных ситуациях, проводить расчеты режимов работы разных устройств, аппаратов и установок современной техники. Полученные теоретические представления могут быть использованы при обработке экспериментальных данных и развитии более общих теорий, а также при разработке методов акустической диагностики и зондирования двухфазных смесей, контроля протекающих в них процессов. Поэтому важное значение приобретают исследования по изучению влияния различных эффек-

тов межфазного взаимодействия (межфазного тепломассообмена, фазовых переходов, различных физико-химических превращений) на характер распространения возмущений в двухфазных газокapельных системах.

В данном докладе на примере распространения линейных волн в моно- и полидисперсных смесях газа с паром и каплями жидкости рассмотрены различные аспекты математического моделирования в механике многофазных сред. Дан анализ влияния фазовых превращений, полидисперсного состава смеси и определяющих параметров на распространение и затухание волн. Рассмотрен ряд неожиданных эффектов волновой динамики аэрозолей, в частности, аномальный эффект немонотонной зависимости затухания звука от концентрации капель.

Анализ опубликованных теоретических работ показывает, что большинство исследований по волновой динамике газовзвесей выполнено в рамках монодисперсных моделей. При этом влияние фазовых переходов на процессы распространения волн в аэрозолях до настоящего времени были изучены недостаточно. С точки зрения математического моделирования могут быть выделены несколько подходов в изучении распространения акустических волн во взвешах: дифракционный, континуальный, с использованием релаксационного формализма неравновесной термодинамики и термодинамическая теория звука. Первые теоретические исследования по распространению слабых волн во взвешах, обусловленному только трением между фазами и рассеянием волн на частицах, выполнили в рамках дифракционного подхода Сьюэлл (S.J.T. Sewell, 1910) и Лемб (H.Lamb, 1945). При этом выражения для коэффициентов затухания определялись путем расчета потенциалов из анализа процесса взаимодействия плоской волны с одиночной сферической частицей. Это направление было продолжено в ряде более поздних работ. Вместе с дифракционным подходом была развита термодинамическая теория звука (Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, 1954). В рамках этой теории двухфазная смесь рассматривается как равновесная, что выполняется для колебаний с периодами значительно большими, чем характерные времена межфазного взаимодействия. Одновременно с рассмотренными подходами для исследования распространения звуковых волн в газовзвешах применяется и обычный релаксационный формализм термодинамики необратимых процессов (И.С.Радовский, 1970). Однако в силу ряда недостатков (неоп-

ределенности выражений для времен релаксаций и т. д.) этот подход не находит широкого применения. Наиболее существенные результаты по изучению волновой динамики газокапельных систем достигнуты за последние годы в рамках континуального подхода, когда двухфазная среда моделируется совокупностью взаимодействующих и взаимопроникающих континуумов (Р.И.Нигматулин, 1978, 1987, R.I.Nigmatulin, 1990, Х.А.Рахматулин, 1956).

Далее рассмотрим разреженную полидисперсную смесь инертного газа с паром и каплями жидкости, когда объемное содержание конденсированной фазы мало ($\alpha_2 < 10^{-2}$). Если давления не очень велики, то массовое содержание дисперсной фазы может при этом быть достаточно большим ($m \sim 1$). Если дисперсные частицы или капли распределены в несущей фазе достаточно равномерно, то в таких разреженных взвешах эффектами непосредственного взаимодействия частиц друг с другом можно пренебречь. Эффекты вязкости и теплопроводности газообразной фазы существенны лишь в процессах межфазного трения и теплообмена.

Примем обычные допущения механики гетерогенных сред о сплошности смеси в целом и каждой ее составляющей в отдельности.

Будем изучать распространение звуковых волн, длины которых значительно превышают размеры включений и расстояния между ними, т. е. распространение волн, для которых среда является акустически однородной.

В рамках принятых предположений для изучения явления используем модель многоскоростного и трехтемпературного континуума (Р.И.Нигматулин, 1978). Запишем линеаризованные уравнения плоского одномерного движения парогасокапельной смеси при наличии фазовых превращений (Д.А.Губайдуллин, 1998). Дисперсный или фракционный состав смеси характеризуется функцией распределения $N(a)$, которая является функцией радиуса капель a , с минимальным a_{\min} и максимальным a_{\max} радиусами

$$\delta n = N(a)da,$$

$$N(a) = 0 \text{ для: } a < a_{\min} \text{ и } a > a_{\max}.$$

Здесь δn – число капель в диапазоне радиусов капель a и $a+da$ в единице объема смеси. Из-за фазовых превращений (испарения или конденсации) радиус капель фракции может изменяться со скоростью $\dot{a} = \dot{a}(a, t)$.

Общее число капель n в единице объема и объемное содержание дисперсной фазы α_2 и несущей (газовой) фазы α_1 определяются интегралами

$$n = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} N(a) da, \quad \alpha_2(t) = \frac{4}{3} \pi \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} a^3 N(a) da, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1. \quad (1)$$

Средние параметры полидисперсной фазы, в частности, скорость v_2 , интенсивность межфазного массообмена j , межфазная сила f , тепловой поток q между поверхностью капли и i -ой фазы ($i=1, 2$) для одной капли в одномерном приближении задаются в каждой точке (x, t) и зависят от радиуса капель a данной фракции

$$v_2 = v_2(x, t, a), \quad j = j(x, t, a), \quad f = f(x, t, a), \quad q_i = q_i(x, t, a).$$

Основными характеристиками смеси являются следующие параметры

$$\rho_1 = \rho_1^0 \alpha_1, \quad \rho_2 = \rho_2^0 \alpha_2 = \int_{a_{\min}}^{a_{\max}} g(a) N(a) da, \quad g(a) = \frac{4}{3} \pi a^3 \rho_2^0,$$

$$m = \frac{\rho_2}{\rho_1}, \quad k_j = \frac{\rho_j}{\rho_1} \quad (j = V, G), \quad k_V + k_G = 1.$$

Здесь ρ_i^0 , ρ_i , – истинная и средняя плотности газовой фазы ($i=1$) и частиц ($i=2$) соответственно; g – масса одной капли; m – массовое содержание капель; k_j – начальная массовая концентрация паровой ($j=V$) и газовой ($j=G$) компонент газовой фазы.

При распространении звуковой волны термодинамическое равновесие между фазами смеси периодически нарушается в областях сжатия и разрежения. Фазы имеют разные скорости и температуры, между ними происходит обмен массой, импульсом и энергией. При задании законов межфазного взаимодействия необходимо принять во внимание их нестационарный и неравновесный характер (учитывать силу Бассэ, зависимость тепловых и диффузионных потоков от частоты колебаний, неравновесность межфазной поверхности при фазовом переходе и т. д.).

Линейный анализ распространения волн в дисперсных средах сводится обычно к получению и анализу соответствующего дисперсионного соотношения. При детальном анализе характера зависимостей скоростей и коэффициентов затухания звуковых волн от частоты колебаний и основных определяющих параметров смеси для воздушных туманов был установлен ряд неожиданных эффектов.

Так, существенное влияние массообмена на распространение низкочастотных возмущений в полидисперсных аэрозолях приводит, как и в акустике монодисперсных взвесей, к аномальному эффекту немонотонной зависимости диссипации звука от массового содержания капель m (Д.А.Губайдуллин, 1998). Парадоксальность кризиса затухания заключается в том, что в некотором диапазоне изменения m и частот возмущений наблюдается уменьшение содержания капель, являющихся источником и основной причиной диссипации волн.

Однако следует иметь в виду, что при малых частотах возмущений с уменьшением массового содержания капель m для взвесей с фазовыми превращениями линейное решение может стать неадекватным. Чтобы оно было применимо, необходимо выполнение условия $\Delta m/m \ll 1$ или $\Delta a/a \ll 1$, что дает более жесткое ограничение на амплитуду давления, чем $\Delta p_1/p_0 \ll 1$ (Д.А.Губайдуллин, 1998). Для возмущений с "ощутимой" амплитудой $p'_1/p_{10} > 10^{-2}$ для обычных двухфазных сред при наличии фазовых превращений линейный анализ эффективен для аэрозолей с массовыми содержаниями капель $m > 10^{-3}$.

При исследовании дисперсии и абсорбции акустических возмущений в парогазокапельных системах важное значение имеет знание характерных времен τ процессов межфазного обмена массой, импульсом и теплом. Соответствующие характерные времена являются функциями физических свойств рассматриваемой многофазной системы. Степень их влияния на распространение звуковых волн зависит от значений частотно-структурных параметров $\omega\tau$ (ω – циклическая частота возмущений). Для физического процесса межфазного обмена с характерным временем τ сильная дисперсия и максимум декремента затухания на длине волны наблюдается при $\omega\tau \sim 1$. Знание характерных времен межфазного взаимодействия, длин выравнивания параметров фаз и их сравнение с характер-

ными параметрами задачи также позволяет использовать в ряде случаев более простые математические модели (односкоростные, одно- или двух-температурные, равновесные и т. д.), упрощать математическую постановку задачи. Установлено, что парогазокапельные системы с фазовыми превращениями имеют три независимых характерных времени, которые являются функциями массового содержания капель, концентрации пара, а также других теплофизических параметров аэрозоля.

Работа выполнена по гранту Президента Российской Федерации для молодых ученых-докторов наук № 96–15–96905, по гранту РФФИ № 97–02–16043 и в рамках ФЦП “Интеграция”.

Литература

1. Lamb H. Hydrodynamics. – Dover Publ., 1945. – 738 p.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошной среды. – М.: Гостехиздат. 1954. – 795 с.
3. Рахматулин Х.М. Основы газодинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред // ПММ. – 1956. – Т. 20. – № 2. – С. 184–196.
4. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
5. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
6. Nigmatulin R.I. Dynamics of Multiphase Media. Vol. 1. – Hemisphere. N.Y., 1990. – 505 p.
7. Радовский И.С. Скорость звука в двухфазных парожидкостных системах // Журнал ПМТФ. – 1970. – N 5. – С. 78–82.
8. Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. – Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. – 153 с.

БОЛЬШИЕ ПРОГИБЫ КОНСОЛЬНОЙ ПОЛОСЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА

Гурьянова О.Н.

Казанский государственный университет

Рассматривается изгиб изотропной полосы, один конец которой жестко зашкреплен, а на другой действует красвой изгибающий момент. В результате нагружения полоса сворачивается в цилиндрическую оболочку. Предполагается, что напряжения обжатия пренебрежимо малы по сравнению с остальными.

Нагружение полосы осуществляется шагами до величины момента, обеспечивающей полное сворачивание полосы в оболочку. Приращение